

# PERAMALAN LAJU PRODUKSI MINYAK BUMI PROVINSI KALIMANTAN TIMUR MENGGUNAKAN METODE DCA DAN ARIMA

Rahmawati<sup>1</sup>, Sri Wahyuningsih<sup>2</sup>, Syaripuddin<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Universitas Mulawarman, Samarinda

E-mail: <sup>1</sup>rahmawatipamellys62@gmail.com, <sup>2</sup>swahyuningsih@gmail.com, <sup>3</sup>syarif92@yahoo.co.id

## Abstrak

Metode DCA (*Decline Curve Analysis*) dan ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*) merupakan metode peramalan kuantitatif. Asumsi dari metode ini adalah data aspek masa lalu akan terus berlanjut di masa yang akan datang. Data seperti ini dapat diaplikasikan pada data produksi. Pada penelitian ini metode DCA dan ARIMA digunakan pada data laju produksi minyak bumi provinsi Kalimantan Timur. Kebutuhan minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur meningkat seiring dengan penggunaannya yang cukup besar. Keadaan tersebut berbanding terbalik dengan produksi minyak bumi yang mengalami penurunan produksi. Sehingga diperlukan suatu teknik untuk memprediksi laju produksi minyak bumi di masa yang akan datang, agar kebutuhan minyak bumi tetap terpenuhi. Perhitungan DCA dilakukan dengan menentukan jenis kurva penurunan produksi. Sementara itu pemodelan ARIMA dilakukan dengan lima tahap yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pengujian signifikansi parameter, pemeriksaan diagnostik dan peramalan. Berdasarkan hasil analisis menggunakan DCA diperoleh jenis kurva penurunan eksponensial dan hasil peramalan menunjukkan penurunan yang cenderung konstan. Sedangkan analisis menggunakan ARIMA diperoleh model ARIMA(1,1,0) dan hasil peramalan menunjukkan fluktuasi yang relatif konstan. Akurasi dari kedua metode tersebut menunjukkan bahwa peramalan menggunakan ARIMA lebih baik dibandingkan dengan menggunakan DCA. Sehingga metode ARIMA lebih baik digunakan untuk prediksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur.

**Kata kunci:** ARIMA, DCA, kurva penurunan, laju produksi minyak bumi

## Abstract

*The DCA (Decline Curve Analysis) and ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) methods are quantitative forecasting methods. The assumption of this method is the previous data aspects will continue in the future. This type of data can be applied to production data. In this study, the DCA and ARIMA methods were used for data of the rate of oil production in East Kalimantan. The demand for petroleum in the Province of East Kalimantan is increasing along with its considerable use. The situation is inversely proportional to oil production which has decreased production. So, is required a technique to predict the rate of oil production in the future. DCA calculation is done by determining decline curve type. ARIMA modeling is done by five steps, those are identification model, estimating parameters, testing the parameters significance, diagnostic checking and forecasting, estimating parameters, testing the parameters significance, diagnostic checking and forecasting. Based on the results of analysis with DCA, obtained that is exponential decline and the results of forecasting showed the decline that tends to be constant. And the analysis using ARIMA, obtained that is the ARIMA model (1,1,0) and the results of forecasting showed relatively constant fluctuations. The accuracy of both methods shows that forecasting using ARIMA is better than using DCA. So, the ARIMA method is better used for the prediction of oil in East Kalimantan Province.*

**Keywords:** ARIMA, DCA, decline curve, the rate of oil production

## PENDAHULUAN

Peramalan merupakan suatu teknik untuk memperkirakan suatu nilai pada masa yang akan datang dengan memperhatikan data masa lalu maupun data masa kini (Makridakis, dkk., 1999). Metode peramalan dapat dibagi dalam 2 kategori utama, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif.

Metode peramalan kuantitatif dapat diterapkan pada data yang diasumsikan bahwa, aspek pola masa lalu akan terus berlanjut di masa yang akan datang. Pola data tersebut biasa terjadi pada data yang terus-menerus diproduksi. Data produksi seperti data produksi minyak bumi memiliki *trend* atau pola produksi dimasa lampau diperkirakan akan terjadi juga dimasa yang akan datang dan dapat dilihat sebagai deret yang dipisahkan oleh waktu, sehingga metode peramalan yang tepat untuk data tersebut yakni metode peramalan *Decline Curve Analysis* (DCA) dan *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA).

DCA adalah metode yang sangat sering digunakan untuk mengestimasi cadangan energi, apabila tersedia data produksi. Perhitungan DCA didasarkan atas penurunan laju produksi di masa mendatang, dengan asumsi bahwa laju produksi secara kontinu mengikuti kecenderungan yang sudah ada, maka besarnya cadangan akan dapat diperkirakan dari model yang telah dibuat.

Model ARIMA telah dipelajari secara mendalam oleh George Box Gwilym Jenks pada tahun 1976. Box dan Jenkins menggunakan model-model ARIMA untuk deret waktu satu variabel (*univariate*). Model ARIMA ( $p,d,q$ ), dimana  $p$  menyatakan orde dari proses *autoregressive* (AR),  $d$  menyatakan pembeda (*differencing*), dan  $q$  menyatakan orde dari proses *moving average* (MA). Dasar dari model ARIMA dilakukan dengan lima tahap strategi pemodelan yaitu identifikasi model, penaksiran parameter, pengujian signifikansi parameter, pemeriksaan diagnostik dan peramalan (Aswi dan Sukarna, 2006).

Kalimantan Timur dikenal sebagai penghasil Sumber Daya Alam (SDA) yang melimpah, terutama pada bidang energi khususnya minyak bumi. Minyak bumi merupakan energi yang tidak terbarukan yang masih menjadi komoditas utama bagi kelangsungan hidup manusia (Augusta, 2018). Kebutuhan minyak bumi meningkat seiring dengan penggunaannya yang cukup besar serta jumlah penduduk yang terus bertambah setiap tahun. Keadaan tersebut berbanding terbalik dengan produksi minyak bumi yang mengalami *trend* menurun. Menurut kaltim.prokal.co penurunan produksi minyak bumi disebabkan oleh sumur-sumur minyak bumi yang sudah tua. Tanpa kebijakan yang mendorong keberlanjutan pengolahan minyak bumi, dampaknya akan segera dirasakan dalam beberapa tahun ke depan. Kalimantan Timur akan menghadapi ancaman kelangkaan energi, yang tentu saja akan memaksa Bumi Etam menerapkan skema impor. Oleh karena itu diperlukan suatu teknik untuk memprediksi laju produksi minyak bumi di masa yang akan datang, agar kebutuhan minyak bumi tetap terpenuhi.

Tujuan dari penelitian ini adalah meramalkan laju produksi minyak bumi Triwulan I-Triwulan IV Tahun 2019 dengan menggunakan metode peramalan DCA dan ARIMA, dimana penelitian ini dibatasi pada data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur Triwulan I Tahun 2004- Triwulan IV Tahun 2018 hasil rekapitulasi Dinas Energi dan Sumber Daya Mineral (ESDM) Provinsi Kalimantan Timur yang diasumsikan sebagai satu sumur minyak.

## METODE

### Tinjauan Referensi

Penelitian tentang peramalan laju produksi minyak bumi di Provinsi Kalimantan Timur menggunakan metode peralaman DCA dan ARIMA belum banyak dilakukan, sehingga peneliti tertarik untuk melakukan peramalan laju produksi minyak bumi di Provinsi Kalimantan Timur untuk mengetahui besarnya laju produksi minyak

bumi di masa yang akan datang dan penelitian dilakukan untuk memudahkan instansi terkait dalam pengambilan keputusan berdasarkan hasil peramalan yang didapatkan.

Penelitian yang telah dilakukan sebelumnya menggunakan metode peramalan DCA oleh Iyke (2018) yang melakukan studi banding prakiraan produksi minyak menggunakan DCA. Hasil dari penelitian ini adalah laju aliran minyak terhadap waktu menentukan jenis tertentu dari metode prediksi *decline curve* yang digunakan, dimana *exponential decline* digunakan ketika penurunan bersifat linier, *hyperbolic decline* digunakan ketika *decline curve* konvergen, dan *harmonic decline* digunakan ketika *decline curve* memiliki batas. Sehingga peneliti tertarik untuk melakukan penelitian untuk mengetahui sifat penurunan minyak bumi di Provinsi Kalimantan Timur. Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Wahyuningsih (2011) mengenai pendekatan stokastik pada analisis kurva penurunan tipe eksponensial. Hasil dari penelitian tersebut adalah persamaan penurunan tipe eksponensial dapat direpresentasikan dengan model ARIMA (1,1,0). Penelitian ini bertujuan untuk melihat perbedaan diantara kedua metode tersebut, manakah metode yang dapat merepresentasikan penurunan laju produksi minyak bumi di Provinsi Kalimantan Timur.

## Metode Analisis

### *Decline Curve Analysis*

Menurut Li dan Horne (2005) pada umumnya model-model DCA bersifat heuristik dan berdasarkan persamaan Arps empirik, sehingga metode tersebut tidak memerlukan pengetahuan tentang parameter reservoir dan sumur, tetapi perkiraan menggunakan *decline* Arps harus memenuhi asumsi kondisi historis pada masa mendatang mendekati konstan. Pada perkembangannya, salah satu penyebab disukainya persamaan Arps karena bentuknya sangat sederhana sehingga mudah digunakan. Secara umum persamaan kurva Arps diberikan oleh persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dq_t}{dt} = -Dq_t^{b+1} \quad (1)$$

dengan  $q_t$  adalah laju produksi pada waktu ke- $t$ ,  $b$  adalah *exponent decline*, dan  $D$  adalah *rate of decline*.

Definisi dari *rate of decline* ( $D$ ) dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan berikut:

$$D = -\frac{(\Delta q_t / \Delta t)}{q_t} \quad (2)$$

Fungsi invers dari *rate of decline* didefinisikan sebagai *loss ratio* ( $a$ ) sebagai berikut:

$$a = -\frac{q_t}{(\Delta q_t / \Delta t)} \quad (3)$$

Turunan pertama dari *loss ratio* ( $a$ ) didefinisikan sebagai *exponent decline* ( $b$ ) sebagai berikut:

$$b = -\frac{d\left(\frac{q_t}{\Delta q_t / \Delta t}\right)}{\Delta t} \quad (4)$$

(Arps, 1945)

### ***Exponential Decline***

*Exponential decline* hanya diperoleh bila *exponent decline* bernilai nol ( $b = 0$ ). Secara matematis bentuk *decline curve* dari *exponential decline* sebagai berikut:

$$\hat{q}_{t;b} = q_0 e^{-Dt} \quad (5)$$

Persamaan untuk menentukan *nominal decline rate* ( $D_b$ ) sebagai berikut:

$$D_b = -\ln(1 - D_e), \quad (6)$$

dengan

$$D_e = \frac{(q_0 - q_T)}{q_0} \quad (7)$$

dimana  $q_0$  adalah laju produksi waktu awal dan  $q_T$  adalah laju produksi pada waktu akhir.

### ***Hyperbolic Decline***

Dikatakan sebagai *hyperbolic decline* apabila *exponent decline* bernilai ( $0 < b < 1$ ). Secara matematis bentuk *decline curve* dari *hyperbolic decline* sebagai berikut:

$$\hat{q}_{t;b} = \frac{q_0}{(1 + bD_b t)^{1/b}} \quad (8)$$

*Nominal decline rate* ( $D_b$ )

ditunjukkan melalui persamaan berikut:

$$D_b = \frac{[(1 - D_{ei})^{-b} - 1]}{b}, \quad (9)$$

dengan

$$D_{ei} = \frac{(q_0 - q_T)}{q_0} \quad (10)$$

### Harmonic Decline

Bentuk *harmonic decline curve* pada Persamaan (11) merupakan bentuk khusus dari *hyperbolic decline* pada Persamaan (8) dengan harga  $b = 1$  sebagai berikut:

$$\hat{q}_{t;b} = \frac{q_0}{(1 + D_b t)} \quad (11)$$

Nominal decline rate ( $D_b$ )

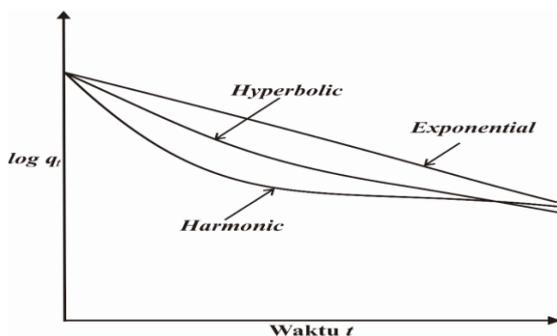
ditunjukkan melalui persamaan berikut:

$$D_b = \frac{D_{ei}}{(1 - D_{ei})}, \quad (12)$$

dengan  $D_{ei}$  ditunjukkan melalui Persamaan (10) (Petroleum, 2004).

### Kurva Arps

Jenis *decline curve* ditentukan sebelum melakukan perkiraan laju produksi di masa yang akan datang. Jenis kurva Arps dapat ditentukan dari polanya dengan membuat *plot* antara  $\log(q_t)$  dengan waktu ( $t$ ) yang ditunjukkan melalui gambar berikut:



**Gambar 1.** Laju produksi dari tiga kurva Arps

Penentuan tipe *decline curve*, juga dapat dilakukan dengan menghitung harga *exponent decline* ( $b$ ). Perhitungan harga *exponent decline* ( $b$ ) dapat menggunakan metode *loss-ratio* dan metode *trial error and chi-square test*.

### Metode Loss Ratio

*Loss ratio* didefinisikan sebagai laju produksi per unit waktu dibagi dengan turunan pertama dari kurva laju-waktu. Langkah-langkah penentuan jenis *decline curve* dengan menggunakan metode *loss ratio* adalah sebagai berikut (Pratiwi dan Prabu, 2013):

1. Membuat tabulasi yang meliputi: waktu ( $t$ ), data laju produksi ( $q_t$ ), selisih laju produksi ( $\Delta q_t$ ), selisih waktu ( $\Delta t_q$ ), *loss ratio* ( $a$ ), selisih *loss ratio* ( $\Delta a_t$ ), *exponent decline* ( $b_t$ ), dan harga *rate of decline* ( $D_t$ ).

2. Perhitungan untuk  $\Delta q_t$ , sebagai berikut:

$$\Delta q_t = q_t - q_{t-1} \quad (13)$$

3. Perhitungan untuk  $\Delta t_q$ , sebagai berikut:

$$\Delta t_q = t_q - t_{q-1} \quad (14)$$

4. Perhitungan untuk  $a$ , menggunakan persamaan (3).

5. Perhitungan untuk  $\Delta a_t$ , sebagai berikut:

$$\Delta a_t = a_{t+1} - a_t \quad (15)$$

6. Perhitungan untuk  $b_t$ , sebagai berikut:

$$b_t = -\frac{\Delta a_t}{\Delta t_q} \quad (16)$$

7. Mengulangi prosedur perhitungan pada langkah 2 sampai dengan langkah 6 untuk menghitung data-data selanjutnya. Menentukan jenis *decline curve*, dengan cara menghitung nilai rata-rata dari Persamaan (16).

8. Jika diperoleh jenis *decline curve* yang sesuai dengan syarat *exponent decline* ( $b$ ) yakni  $0 \leq b \leq 1$ , selanjutnya menghitung nilai rata-rata harga *rate of decline* ( $D_t$ ) dari Persamaan (2).

### Metode Trial Error and Chi-Square Test

Metode *trial error and chi-square test* merupakan metode untuk memperkirakan harga  $q_t$  pada asumsi berbagai macam harga  $b$ , dan kemudian menentukan selisih terkecil dari data laju produksi aktual pada waktu ke- $t$  ( $q_t$ ) dengan data laju produksi perkiraan pada waktu ke- $t$  pada berbagai macam harga  $b$  ( $\hat{q}_{t;b}$ ). Pengujian *chi-square* menggunakan persamaan berikut:

$$\chi_{t;b}^2 = \frac{(q_t - \hat{q}_{t;b})^2}{\hat{q}_{t;b}} \quad (17)$$

Langkah-langkah penentuan jenis *decline curve* dengan menggunakan metode *trial error and chi-square test* sebagai berikut (Pratiwi dan Prabu, 2013):

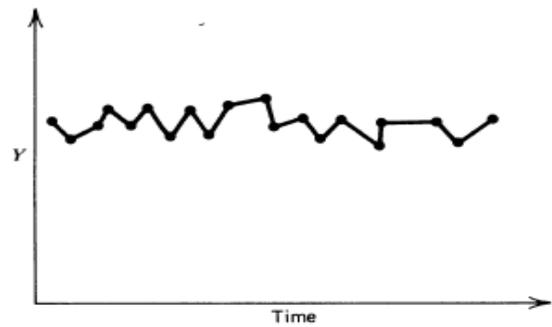
1. Membuat tabulasi yang meliputi: waktu ( $t$ ),  $q_t$ ,  $\hat{q}_{t;b}$ ,  $D_b$ , dan  $\chi_{t;b}^2$ .
2. Mengasumsikan harga  $b$  mulai 0 sampai dengan 1,  $b=0$  untuk *exponential*,  $0 < b < 1$  untuk *hyperbolic*, dan  $b = 1$  untuk *harmonic*.
3. Menghitung *nominal decline rate* ( $D_b$ ) menggunakan Persamaan (6) untuk  $b = 0$ , Persamaan (9) untuk  $0 < b < 1$ , dan Persamaan (12) untuk  $b = 1$ .
4. Menghitung  $\hat{q}_{t;b}$  menggunakan Persamaan (5) untuk  $b = 0$ , Persamaan (8) untuk  $0 < b < 1$ , dan Persamaan (11) untuk  $b = 1$ .
5. Menghitung  $\chi_{t;b}^2$  (selisih antara  $q_t$  dengan  $\hat{q}_{t;b}$ ) menggunakan Persamaan (17) untuk setiap harga  $b$  dan menghitung rata-rata harga *chi-square test* ( $\bar{\chi}_{t;b}^2$ ). Rata-rata terkecil menunjukkan kurva yang paling baik untuk mewakili titik-titik data yang sedang dianalisa.
6. Menentukan harga Standar Deviasi ( $SD_b$ ) terkecil menggunakan persamaan berikut:

$$SD_b = \left| \frac{\sum_{t=1}^n q_t - \sum_{t=1}^n \hat{q}_{t;b}}{\sum_{t=1}^n q_t} \right| \times 100\% \quad (18)$$

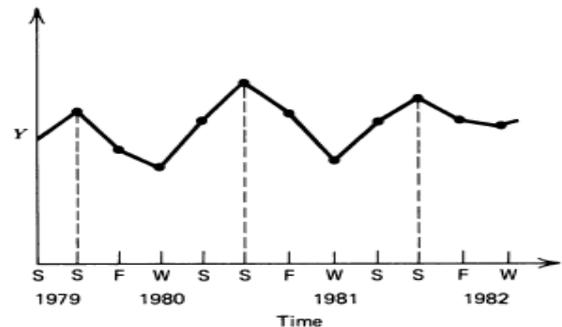
7. Mengulangi prosedur perhitungan pada langkah 3 sampai langkah 6 untuk menghitung data-data selanjutnya.

### Data Runtun Waktu

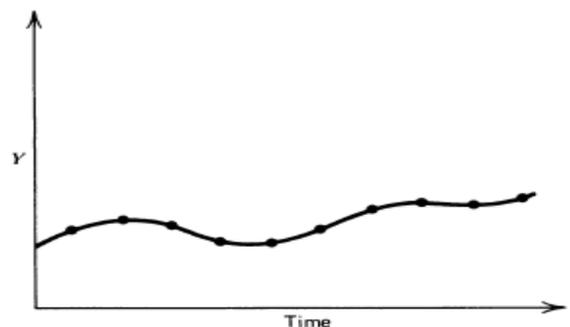
Menurut Makridakis, dkk. (1999), pola dalam data runtun waktu dapat dibedakan menjadi empat jenis, yaitu:



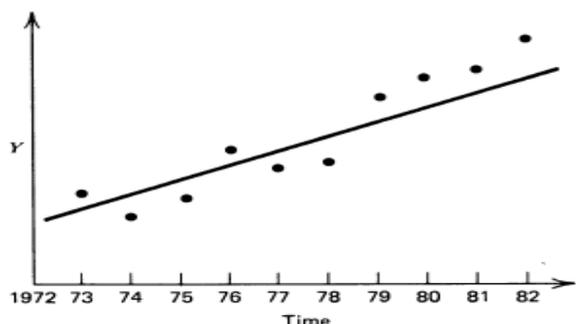
Gambar 2. Pola data horizontal



Gambar 3. Pola data musiman



Gambar 4. Pola data siklis



Gambar 5. Pola data trend

## Kestasioneran Data

Menurut Makridakis, dkk. (1999), stasioneritas mempunyai makna fluktuasi data berada disekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut.

### 1. Stasioner dalam variansi

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), pada data yang tidak stasioner dalam variansi dapat dilakukan transformasi untuk membuat data tersebut stasioner. Box dan Cox pada Tahun 1964 memperkenalkan transformasi pangkat (*power transformation*) sebagai berikut:

$$Z'_t = \begin{cases} \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln(Z_t), & \lambda = 0 \end{cases} \quad (19)$$

dengan  $Z_t$  adalah data deret waktu periode ke- $t$  dan  $\lambda$  adalah parameter transformasi.

### 2. Stasioner dalam rata-rata

Cara yang dapat dilakukan untuk menstasionerkan data yang tidak stasioner dalam rata-rata yaitu dengan menggunakan metode *differencing*. Pengujian hipotesis yang sering digunakan untuk melakukan pengecekan kestasioneran data runtun waktu dalam rata-rata adalah uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF). Uji ini merupakan salah satu uji yang paling sering digunakan dalam pengujian stasioneritas dari data, yakni dengan melihat apakah di dalam model terdapat unit *root* atau tidak. Uji ini memiliki persamaan model regresi sebagai berikut:

$$\Delta Z_t = \delta Z_{t-1} + \sum_{i=2}^n \gamma_i \Delta Z_{t-1+i} + a_t \quad (20)$$

Hipotesis yang digunakan pada pengujian ADF adalah sebagai berikut:

$H_0 : \delta = 0$  (Terdapat unit root atau data *time series* tidak stasioner)

$H_1 : \delta \neq 0$  (Tidak terdapat unit root atau data *time series* stasioner)

Statistik uji diberikan oleh

$$|\tau| = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (21)$$

dengan  $\hat{\delta}$  adalah nilai taksiran dari parameter  $\delta$  dan  $SE(\hat{\delta})$  adalah standar *error* nilai taksiran  $\delta$ . Daerah kritis pengujian hipotesis adalah menolak  $H_0$  pada taraf uji  $\alpha$  jika nilai  $|\tau| > |\tau_{\alpha; db}|$  atau *p-value*  $< \alpha$ , dengan  $(db) = n - n_p$ , dimana  $n$  adalah banyaknya data dan  $n_p$  adalah banyaknya parameter dalam model (Widarjono, 2007).

## Fungsi Otokorelasi dan Otokorelasi Parsial

Identifikasi model untuk pemodelan data runtun waktu memerlukan perhitungan dan penggambaran dari hasil fungsi otokorelasi (FOK) dan fungsi otokorelasi parsial (FOKP).

### 1. Fungsi otokorelasi (FOK)

Menurut Makridakis, dkk. (1999), koefisien otokorelasi  $\rho_k$  dapat diduga dengan persamaan berikut:

$$\rho_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (22)$$

dimana  $n$  adalah jumlah observasi,  $k$  adalah selisih waktu (*lag*),  $Z_t$  adalah data pada waktu ke- $t$ ,  $Z_{t+k}$  adalah data pada waktu ke- $t+k$ , dan  $\bar{Z}$  adalah rata-rata dari  $Z_t$ . Grafik FOK dapat digunakan sebagai alat untuk mendeteksi kestasioneran data. Jika grafik FOK cenderung turun lambat maka dapat disimpulkan data belum stasioner dalam rata-rata.

### 2. Fungsi otokorelasi parsial (FOKP)

Nilai fungsi otokorelasi parsial (FOKP) untuk *lag*  $k$  dan  $j = 1, 2, 3, \dots, k$  adalah sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \\ 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix} \quad (23)$$

## Model ARIMA

Menurut Aswi dan Sukarna (2006) suatu proses  $Z_t$  dikatakan mengikuti model ARIMA  $(p,d,q)$  yang nonstasioner jika ada orde  $d$  ( $d \geq 1$ ). Model umum untuk ARIMA  $(p,d,q)$  adalah:

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B) a_t \quad (24)$$

dimana

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

$$(1-B)^d = \text{orde differencing.}$$

Model ARIMA  $(p,d,q)$  merupakan gabungan model AR  $(p)$  dan MA  $(q)$  dengan pola data yang tidak stasioner kemudian dilakukan *differencing* dengan orde  $d$ .

## Penaksiran Parameter

Penaksiran parameter model dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode seperti metode *moment*, metode *ordinary least squared* (OLS), dan metode *maximum likelihood estimation* (MLE) (Aswi dan Sukarna, 2006).

## Pengujian Signifikansi Parameter

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui apakah suatu parameter model layak masuk dalam model ARIMA atau tidak. Pengujian signifikansi parameter model ARIMA untuk parameter model AR  $(p)$  sebagai berikut.

Hipotesis

$H_0: \phi = 0$  (parameter model tidak signifikan)

$H_1: \phi \neq 0$  (parameter model signifikan)

Statistik uji diberikan oleh:

$$t_{hit} = \frac{\hat{\phi}}{SE(\hat{\phi})} \quad (25)$$

dengan  $\hat{\phi}$  adalah nilai taksiran dari parameter  $\phi$  dan  $SE(\hat{\phi})$  adalah standar error nilai taksiran  $\phi$ . Daerah kritis pengujian hipotesis adalah menolak  $H_0$  pada taraf uji  $\alpha$  jika nilai  $|t_{hit}| > t_{(\alpha/2; db)}$  atau  $p\text{-value} < \alpha$ , dengan  $(db) = n - n_p$ , dimana  $n$  adalah banyaknya data dan  $n_p$  adalah banyaknya parameter (Aswi dan Sukarna, 2006).

## Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik meliputi uji independensi *residual* dan uji *residual* berdistribusi normal (Aswi dan Sukarna, 2006).

### 1. Pengujian independensi *residual*

Uji ini digunakan untuk mengetahui apakah *residual* antar *lag* saling berkorelasi atau tidak. Hipotesis yang digunakan pada uji independensi *residual* adalah

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

(tidak terdapat korelasi antar *lag*)

$$H_1: \text{Minimal ada satu } \rho_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, k$$

(terdapat korelasi antar *lag*)

Statistik uji diberikan oleh

$$Q^* = n(n+2) \sum_{j=1}^k \frac{\hat{\rho}_j^2}{(n-j)}, \quad (26)$$

dengan  $\hat{\rho}_j^2$  adalah nilai sampel FOK pada *lag-j* dan  $n$  adalah jumlah *residual*. Daerah kritis pengujian hipotesis adalah menolak  $H_0$  pada taraf uji  $\alpha$  jika nilai  $Q^* > \chi^2_{(\alpha, k-(p+q))}$ ,  $k > (p+q)$  atau  $p\text{-value} < \alpha$ , nilai  $p$  dan  $q$  menunjukkan orde dari model ARMA  $(p,q)$ .

### 2. *Residual* berdistribusi normal

Salah satu cara yang dapat ditempuh untuk melakukan uji asumsi kenormalan *residual* ini adalah uji Kolmogorov-Smirnov. Tahapan dalam pengujian kenormalan *residual* adalah sebagai berikut:

Hipotesis

$H_0$  : *residual* berdistribusi normal

$H_1$  : *residual* tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D_{hit} = \sup\{|F_o(Z) - F_n(Z)|, -\infty \leq Z \leq \infty\}, \quad (27)$$

dengan  $F_o(Z)$  adalah fungsi distribusi kumulatif (*cumulative distribution function*) dari normal baku dan  $F_n(Z)$  adalah fungsi distribusi empiris (*empirical distribution function*). Daerah kritis pengujian hipotesis adalah menolak  $H_0$  pada taraf uji  $\alpha$  jika nilai  $D_{hit} > D_{(\alpha;n)}$  atau nilai  $p\text{-value} < \alpha$ .

### Pengukuran Ketepatan Model Peramalan

Adapun kriteria pemilihan model pada penelitian ini, menggunakan AIC dan MAPE. Bentuk umum AIC adalah

$$AIC = -2\ln(L) + 2n_p \quad (28)$$

Kriteria pengukuran MAPE dirumuskan sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Z_t - \hat{Z}_t|}{Z_t} \times 100\%, \quad (29)$$

Semakin kecil nilai AIC dan MAPE berarti nilai taksiran semakin mendekati nilai sebenarnya, atau model yang dipilih adalah model terbaik (Aswi dan Sukarna, 2006).

### Minyak Bumi

Minyak bumi merupakan energi yang tidak terbarukan yang masih menjadi komoditas utama bagi kelangsungan hidup manusia. Minyak bumi diproduksi dari reservoir-reservoir yang terletak di bawah permukaan bumi. Proses pengolahan minyak bumi dimulai dari kegiatan eksploitasi (Augusta, 2018).

### Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur dari Triwulan I Tahun 2004 sampai dengan Triwulan IV Tahun 2018. Data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur dengan satuan ribu barel (bbl/triwulan). Data dibagi menjadi data *in sample* dan data *out sample* dengan proporsi 90:10.

Data *in sample* terhitung dari Triwulan I Tahun 2004 sampai dengan

Triwulan II Tahun 2017 sebanyak 54 data. Data *out sample* terhitung dari Triwulan III Tahun 2017 sampai dengan Triwulan IV Tahun 2018 sebanyak 6 data.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Statistika Deskriptif

Pembahasan akan diawali dengan membuat statistika deskriptif sebagai berikut:

**Tabel 1.** Statistika Deskriptif

Rata-rata	11.666,41
Standar Deviasi	2.175,27
Nilai Minimum	7.780,67
Nilai Maksimum	14.734,34
Skewness	-0,43
Kurtosis	-1,44

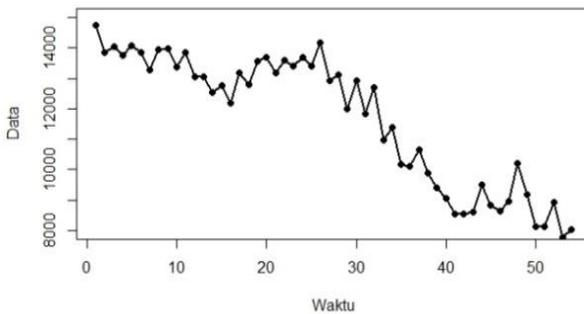
Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat bahwa rata-rata data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur sebesar 11.666,41 bbl/triwulan, dimana data menyebar sebesar 2.175,27 bbl/triwulan dari rata-rata. Laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur paling rendah sebesar 7.780,67 bbl/triwulan dan paling tinggi sebesar 14.734,34 bbl/triwulan, dengan nilai *kurtosis* sebesar -1,44 maka dapat dikatakan kurva *platikurtik*, serta *skewness* menunjukkan nilai negatif sebesar -0,43 sehingga dapat dikatakan bahwa kurva yang diperoleh adalah kurva negatif atau menjulur ke kanan, untuk periode Triwulan I Tahun 2004 sampai dengan Triwulan II Tahun 2017.

### Time series plot

*Time series plot* digunakan untuk melihat periode tertinggi, terendah, dan kecenderungan pergerakan pola data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur menggunakan data *in sample*.

Berdasarkan Gambar 6, diketahui bahwa produksi minyak bumi tertinggi terjadi pada Triwulan I Tahun 2004 dan produksi terendah pada Triwulan I Tahun 2017. Dapat dilihat bahwa *time series plot* memiliki pola *trend* menurun. Penurunan produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur, menyebabkan persediaan minyak semakin berkurang. Oleh karena itu data

laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur diramalkan menggunakan metode peramalan DCA dan ARIMA.



Gambar 6. Time series plot

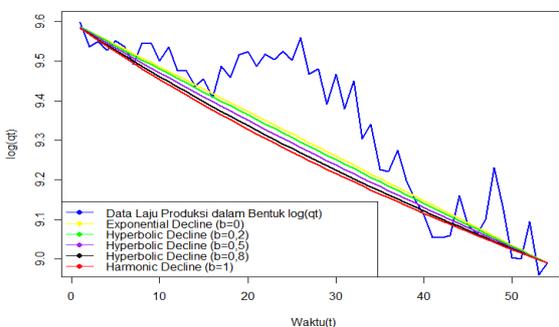
### Metode Peramalan DCA

Metode peramalan DCA dilakukan dengan tahapan yaitu, menentukan jenis *decline curve* melalui tiga prosedur diantaranya identifikasi model kurva Arps, metode *loss ratio*, dan metode *trial error and chi-square test*, serta tahapan selanjutnya yaitu menentukan jenis *decline curve* terbaik yang akan digunakan dalam melakukan peramalan menggunakan DCA.

Jenis *decline curve* ditentukan sebelum melakukan peramalan laju produksi minyak bumi di masa yang akan datang. Prosedur yang digunakan untuk menentukan jenis *decline curve* sebagai berikut:

#### a. Penentuan Decline Curve

Penentuan jenis *decline curve* menggunakan identifikasi model kurva Arps sebagai berikut:



Gambar 7. Identifikasi Kurva Arps

Gambar 7 merupakan simulasi grafik untuk menentukan kurva yang sesuai. Berdasarkan Gambar 7, tiga kurva Arps diantaranya *exponential decline*, *hyperbolic*

*decline*, dan *harmonic decline* merupakan grafik hasil simulasi dengan parameter *exponent decline (b)* untuk *exponential decline (b = 0)*, untuk *hyperbolic decline* menggunakan tiga parameter *exponent decline (b)* yaitu ( $b = 0,2$ ,  $b = 0,5$ , dan  $b = 0,8$ ), dan *harmonic decline (b = 1)*. Secara visual *plot* antara data laju produksi dalam bentuk  $\log(q_t)$  dengan waktu ( $t$ ) menunjukkan penurunan yang linier dan lebih mendekati grafik *exponential decline*, sehingga jenis *decline curve* yang diperoleh melalui identifikasi model kurva dari Arps adalah jenis *exponential decline*. Penentuan jenis *decline curve* menggunakan metode *loss ratio* disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2. Metode Loss Ratio

$t$	Laju produksi ( $q_t$ )	Loss ratio ( $a_t$ )	Exponen $t$ decline ( $b_t$ )	Decline rate ( $D_t$ )
1	14.734,34			
2	13.851,53	15,69		0,06
3	14.034,45	-76,72	92,41	-0,01
4	13.740,65	46,77	-123,49	0,02
5	14.064,74	-43,40	90,17	-0,02
6	13.856,28	66,47	-109,87	0,02
7	13.256,99	22,12	44,35	0,05
8	13.959,32	-19,88	42,00	-0,05
9	13.979,17	-704,24	684,36	0,00
10	13.359,57	21,56	-725,80	0,05
11	13.849,24	-28,28	49,84	-0,04
12	13.049,45	16,32	-44,60	0,06
13	13.037,87	1125,90	-1109,58	0,00
14	12.539,98	25,19	1100,71	0,04
15	12.764,78	-56,78	81,97	-0,02
16	12.179,41	20,81	-77,59	0,05
17	13.178,44	-13,19	34,00	-0,08
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
53	7780,67	6,89	-18,00	0,15
54	8.017,61	-33,84	40,72	-0,03
Rata-rata			0,95	0,01

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh *exponent decline (b)* adalah 0,95. Hal ini berarti nilai  $b$  memenuhi syarat  $0 < b < 1$  sehingga jenis *exponent decline (b)* adalah *hyperbolic*

decline. Selanjutnya penentuan jenis *decline curve* menggunakan metode *trial error and chi-square test* disajikan pada tabel berikut:

**Tabel 3.** Metode Trial Error and Chi-Square

$t$	$b=0$	$b=0,05$	$\dots$	$b=1$
	$\chi_{t;0}^2$	$\chi_{t;0,05}^2$	$\dots$	$\chi_{t;1}^2$
1	1,87	1,93	$\dots$	3,49
2	21,34	20,98	$\dots$	13,51
3	3,10	2,90	$\dots$	0,14
4	8,41	7,89	$\dots$	1,27
5	1,36	1,59	$\dots$	11,18
6	0,53	0,70	$\dots$	10,53
7	9,50	8,77	$\dots$	0,09
8	18,21	19,42	$\dots$	55,35
9	33,31	35,10	$\dots$	85,28
10	2,90	3,48	$\dots$	28,61
11	53,27	55,90	$\dots$	126,70
12	2,48	3,10	$\dots$	31,71
13	7,62	8,73	$\dots$	49,16
14	0,15	0,04	$\dots$	15,62
15	8,33	9,59	$\dots$	55,16
16	1,25	0,82	$\dots$	11,92
17	84,34	88,63	$\dots$	197,92
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
53	13,25	13,14	$\dots$	11,52
54	0,00	0,00	$\dots$	0,00
$\bar{\chi}_{r;b}^2$	132,34	135,63	$\dots$	211,26
$SD_b$	5,92%	6,07%	$\dots$	8,79

Berdasarkan Tabel 3, diketahui bahwa rata-rata *chi-square test* ( $\bar{\chi}_{r;b}^2$ ) terkecil pada nilai  $b=0$  yaitu 132,34 dan standar deviasi terkecil juga berada pada  $b=0$  yaitu 5,92%. Oleh karena itu jenis *decline curve* yang diperoleh menggunakan metode *trial error and chi-square test* adalah jenis *exponential decline*.

**b. Jenis Decline Curve Terbaik**

Pemilihan jenis *decline curve* terbaik dilakukan apabila terdapat lebih dari satu jenis *decline curve* yang diperoleh berdasarkan penentuan jenis *decline curve*. Diperoleh jenis *hyperbolic decline*

menggunakan metode *loss ratio* dan jenis *exponential decline* menggunakan identifikasi kurva Arps dan metode *trial error and chi-square test*. *Hyperbolic decline* dengan nilai  $b=0,95$  diperoleh MAPE = 8,91%, sedangkan *exponential decline* dengan nilai  $b=0$  diperoleh MAPE = 7,15%. Sehingga jenis *decline curve* terbaik diperoleh berdasarkan nilai MAPE terkecil adalah *exponential decline* sebesar 7,15%.

**c. Peramalan Model DCA**

Perhitungan untuk peramalan model DCA menggunakan data *out sample* untuk  $t = 55$  sampai dengan  $t = 60$  diperoleh

$$\hat{q}_{55;0} = 14.734,34 \times e^{-0,0113 \times 55} = 7.914,38$$

dan seterusnya dilakukan dengan cara yang sama sampai perhitungan  $t = 60$  yang disajikan pada tabel berikut:

**Tabel 4.** Peramalan Data Out Sample

$t$	$q_t$	$\hat{q}_{t;0}$
55	7.072,14	7.914,38
56	6.884,58	7.825,45
57	6.201,93	7.737,52
58	6.139,53	7.650,58
59	5.693,24	7.564,61
60	5.683,25	7.479,61

Berdasarkan Tabel 4, diperoleh hasil peramalan yang terus mengalami penurunan produksi, hal ini dikarenakan model DCA yakni *exponential decline* yang tidak memungkinkan hasil peramalan yang berfluktuasi. Kemudian dihitung MAPE menggunakan Persamaan (29), dan diperoleh MAPE 23,24% dari hasil peramalan data *out sample*.

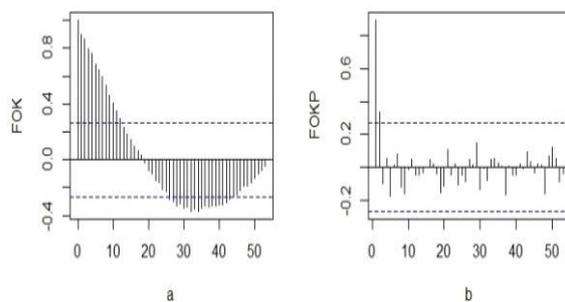
**Tabel 5.** Hasil Peramalan

Tahun	Triwulan	$t$	$\hat{q}_{t;0}$
2019	I	61	7.395,57
	II	62	7.312,47
	III	63	7.230,30
	IV	64	7.149,06

Berdasarkan Tabel 5, diketahui bahwa hasil peramalan laju produksi minyak bumi dari periode 61 sampai dengan periode 64 menggunakan peramalan DCA terus mengalami penurunan produksi.

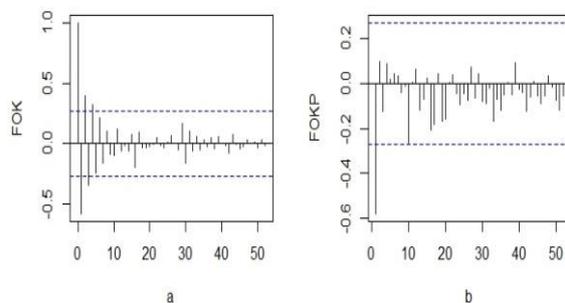
### 1. Metode Peramalan ARIMA

Metode peramalan ARIMA dilakukan setelah melewati beberapa tahapan yaitu, melihat kestasioneran data baik dalam variansi maupun rata-rata, identifikasi model, estimasi parameter, uji signifikansi parameter, pemeriksaan diagnostik yang terdiri dari independensi *residual* dan *residual* berdistribusi normal serta pemilihan model ARIMA terbaik.



**Gambar 8.** (a) Grafik FOK dan (b) Grafik FOKP data setelah ditransformasi

Berdasarkan Gambar 8 (a) terlihat bahwa nilai koefisien otokorelasi pada grafik FOK cenderung turun lambat (tidak signifikan mendekati nol), dengan demikian perlu distasionerkan dengan melakukan *differencing*.



**Gambar 9.** (a) Grafik FOK dan (b) Grafik FOKP data setelah *differencing* ( $d = 1$ )

Berdasarkan Gambar 9 (a) yaitu grafik FOK dapat diketahui orde untuk MA adalah 4 (nilai FOK *cut off* setelah lag 4) sedangkan berdasarkan Gambar 9 (b) yaitu grafik

FOKP dapat diketahui orde untuk AR adalah 1 (nilai FOKP *cut off* setelah lag 1) dengan orde untuk *differencing* ( $d$ ) adalah 1. Sehingga diperoleh model ARIMA sementara yaitu, ARIMA (1,1,0), ARIMA (0,1,1), ARIMA (1,1,1), ARIMA (0,1,2), ARIMA (0,1,3), dan ARIMA (0,1,4). Berdasarkan hasil estimasi parameter dan pengujian signifikansi parameter, diperoleh model dengan semua parameter yang signifikan disajikan pada tabel berikut:

**Tabel 6.** Hasil Penaksiran dan Pengujian Signifikansi Parameter

Model	Parameter	$t_{hitung}$	Keputusan
ARIMA (1,1,0)	$\hat{\phi}_1 = -0,56$	-4,67	Menolak $H_0$
ARIMA (0,1,1)	$\hat{\theta}_1 = -3,80$	-3,80	Menolak $H_0$
ARIMA (0,1,2)	$\hat{\theta}_1 = -0,49$	-3,50	Menolak $H_0$
	$\hat{\theta}_2 = 0,27$	2,45	Menolak $H_0$

Berdasarkan Tabel 6, selanjutnya dilakukan pemeriksaan diagnostik yang meliputi uji independensi *residual* dan uji *residual* berdistribusi normal yang signifikan disajikan pada tabel berikut:

**Tabel 7.** Pemeriksaan Diagnostik

Model	Independensi <i>Residual</i>	<i>Residual</i> Berdistribusi Normal
ARIMA (1,1,0)	Independensi	Normal
ARIMA (0,1,1)	Tidak independensi	Normal
ARIMA (0,1,2)	Independensi	Normal

Model ARIMA terbaik yaitu model yang memenuhi seluruh uji pada uji signifikansi parameter dan pemeriksaan diagnostik. Model yang memenuhi adalah ARIMA (1,1,0) dan ARIMA (0,1,2).

**Tabel 8.** Pemilihan Model Terbaik Berdasarkan Nilai AIC dan MAPE

Model	AIC	MAPE
ARIMA (1,1,0)	2399,77	4,80%
ARIMA (0,1,2)	2403,33	4,73%

Selanjutnya karena terdapat lebih dari satu model ARIMA yang memenuhi seluruh uji, maka model ARIMA terbaik dipilih menggunakan kriteria AIC dan MAPE pada yang disajikan pada Tabel 8. Berdasarkan Tabel 8, diketahui bahwa model ARIMA (1,1,0) memiliki nilai AIC yang lebih kecil dibandingkan dengan model ARIMA (0,1,2) sedangkan berdasarkan nilai MAPE diketahui bahwa model ARIMA (1,1,0) memiliki nilai MAPE yang lebih besar dibandingkan dengan model ARIMA (0,1,2) sehingga model ARIMA terbaik dipilih berdasarkan prinsip parsimoni. Model ARIMA (1,1,0) memiliki parameter yang lebih kecil sehingga model ARIMA (1,1,0) layak digunakan untuk tahap peramalan laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur.

## 2. Peramalan Model ARIMA

Model ARIMA (1,1,0) dengan nilai-nilai koefisien untuk masing-masing parameter berdasarkan Tabel 6 diperoleh

$$\hat{Z}_t = Z_{t-1} + (-0,56)Z_{t-1} - (-0,56)Z_{t-2} + a_t.$$

Misal akan dicari  $\hat{Z}_{55}$ , maka perhitungannya adalah

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{55} &= Z_{54} + (-0,56)Z_{54} - (-0,56)Z_{53} + a_t \\ &= 8.017,61 + (-0,56)8.017,61 - (-0,56)7.780,67 + a_t \\ &= 7.885,99 \end{aligned}$$

seterusnya dilakukan dengan cara yang sama sampai perhitungan  $\hat{Z}_{60}$ . Hasil yang diperoleh disajikan pada tabel berikut:

**Tabel 9.** Peramalan Data *Out Sample*

$t$	$Z_t$	$\hat{Z}_t$
55	7.072,14	7.885,99
56	6.884,58	7.597,33
57	6.201,93	6.988,77
58	6.139,53	6.581,13
59	5.693,24	6.174,19
60	5.683,25	5.941,15

Berdasarkan Tabel 9, dihitung MAPE menggunakan Persamaan (29), dan diperoleh MAPE 9,12% dari hasil peramalan data *out sample*. Selanjutnya akan dilakukan peramalan periode Triwulan I Tahun 2019 sampai dengan Triwulan IV Tahun 2019 yaitu  $t = 61$  sampai dengan  $t = 64$  diperoleh

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{61} &= Z_{60} + (-0,56)Z_{60} - (-0,56)Z_{59} + a_t \\ &= 5.683,25 + (-0,56)5.683,25 - (-0,56)5.693,24 + a_t \\ &= 5.688,80 \end{aligned}$$

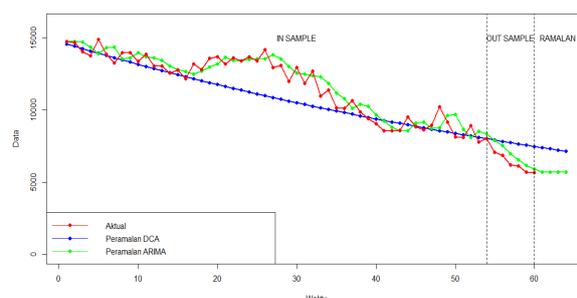
dan seterusnya dilakukan dengan cara yang sama sampai perhitungan  $\hat{Z}_{64}$ . Hasil yang diperoleh disajikan pada tabel berikut:

**Tabel 10.** Hasil Peramalan

Tahun	Triwulan	$t$	$\hat{Z}_t$
2019	I	61	5.688,80
	II	62	5.685,72
	III	63	5.687,43
	IV	64	5.686,48

Berdasarkan Tabel 10, dapat diketahui bahwa hasil peramalan laju produksi minyak bumi periode 61 sampai dengan periode 64 menggunakan peramalan ARIMA mengalami fluktuasi laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur yang relatif konstan.

Data *in sample* dan data *out sample* serta hasil peramalan menggunakan metode peramalan model DCA dan ARIMA, dapat dibentuk menjadi sebuah grafik yang ditampilkan oleh gambar berikut



**Gambar 10.** Grafik hasil peramalan menggunakan DCA dan ARIMA

Berdasarkan Gambar 10, dapat dilihat bahwa grafik peramalan menggunakan ARIMA cenderung mengikuti data aktual, sedangkan peramalan menggunakan DCA mengalami penurunan yang konstan. Hal ini menunjukkan bahwa peramalan menggunakan model ARIMA pada data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur lebih baik dibandingkan dengan peramalan menggunakan model DCA.

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

1. *Decline curve* yang sesuai dengan penurunan laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur Triwulan I Tahun 2004 - Triwulan II Tahun 2017 adalah *exponential decline*, dengan hasil peramalan menunjukkan penurunan laju produksi yang konstan.
2. Model ARIMA terbaik untuk meramalkan laju produksi minyak bumi Triwulan I- Triwulan IV Tahun 2019 di Provinsi Kalimantan Timur adalah model ARIMA (1,1,0), dengan hasil peramalan menunjukkan fluktuasi yang relatif konstan.

### Saran

Berdasarkan hasil analisis menggunakan model peramalan DCA dan peramalan ARIMA, saran yang diajukan peneliti untuk penelitian selanjutnya adalah:

1. Data laju produksi minyak bumi Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2004-2018 dapat dibuat partisi menjadi beberapa model, sehingga peramalan menggunakan DCA lebih menunjukkan hasil yang lebih baik, dan model ARIMA dapat menggunakan ARIMA ensemble.
2. Penentuan *exponent decline* pada peramalan model DCA dapat menggunakan metode regresi linier dan peramalan model runtun waktu dapat dilanjutkan dengan model filter Kalman.

## DAFTAR PUSTAKA

- Arps, J.J. 1945. Analysis of Decline Curves. *Transaction of the AIME*, Vol. 160(1), 228-247.
- Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi*. Makassar: Andira Publisher.
- Augusta, J., Ridaliani, O., dan Said, L. 2018. Penentuan Isi Awal Minyak di Tempat dan Peramalan Produksi pada Reservoir V. *Prosiding Seminar Nasional Cendekiawan*, ke-4, 399-404.
- Iyke, A.N dan Princewill, O.N. 2018. Comparative Study of Oil Production Forecast by Decline Curve Analysis and Material Balance. *European Journal of Engineering Research and Science (EJERS)*, Vol. 3(4), 19-26.
- Li, K., dan Horne, R.N. 2005. Verification of Decline Curve Analysis Models for Production Prediction. *SPE 93878*. 1-8.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C. dan McGee, V. E. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Petrobjects. 2004. *Reserves Estimation Methods*. Massachusetts, USA: The House of Petroluim.
- Pratiwi, A.R., Hastuti, E.W.D., dan Prabu, U.A. 2013. Estimasi Cadangan Minyak dengan Metode Decline Curve di Lapangan Pendopo. *Prosiding Seminar Nasional Added Value of Energy Resources (AvoER)*, ke-5, 125-130.
- Wahyuningsih, S. 2011. Pendekatan Stokastik Pada Analisis Kurva Penurunan Tipe Eksponensial. *Jurnal Eksponensial*, Vol. 2(2), 1-4.
- Widarjono, A. 2007. *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis*. Yogyakarta: Ekonisia.

